

UNIVERSITÉ IBN ZOHR
 Faculté des Sciences d'Agadir
 Département de Physique
 AGADIR

Année 2008-2009

Solution TD N°2 "Electricité 2"
Sections SMP3-SMC3

Théorème d'Ampère, théorème de Maxwell & Induction électromagnétique

I. Théorème d'Ampère - Fil et cylindre indéfinis

1)

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_{\pm} I \quad C \text{ est un cercle centré sur le fil}$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2) a) • A l'intérieur du cylindre : $r < R \implies \vec{B}(r) = \frac{\mu_0 J}{2} r \vec{e}_\theta$

• A l'extérieur du cylindre : $r > R \implies \vec{B}(r) = \frac{\mu_0 J R^2}{2r} \vec{e}_\theta$

b) $\vec{A}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J} dV}{r}$

• A l'intérieur du cylindre : $r < R \implies \vec{A}(r) = \frac{\mu_0 J}{4} (R^2 - r^2) \vec{e}_z$

• A l'extérieur du cylindre : $r > R \implies \vec{A}(r) = \frac{\mu_0 J R^2}{2} \ln \frac{R}{r} \vec{e}_z$

c) Tracer de $B(r)$ & $A(r)$

II. Théorème d'Ampère - Solénoïde infini et nappe de courant

1) Nappe de courant : $B = \frac{\mu_0 i}{2}$

2) Solénoïde infini :

• A l'intérieur du solénoïde : $B = \mu_0 n I$

• A l'extérieur du solénoïde : $B = 0$

III. Théorème de Maxwell

1) a) $\phi = \frac{\mu_0 n I a}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{b}{x_0} \right)$

b) $W = \frac{\mu_0 n i I a}{2\pi} \ln \left(\frac{1 + \frac{b}{x_1}}{1 + \frac{b}{x_0}} \right)$

$$\text{c) } F_x = -\frac{\mu_0 n i I}{2\pi} \frac{ab}{x_0(x_0 + b)} \implies \text{Application numérique } F_x = 6.67 \cdot 10^{-5} N$$

2) a)

$$\bullet \vec{F}(O') \begin{cases} F_x = F_{CD} \cos \theta - F_{AB} = -\frac{\mu_0 n i I}{2\pi} \frac{ab^2}{x_0(x_0^2 + b^2)} \\ F_y = F_{CD} \sin \theta = \frac{\mu_0 n i I}{2\pi} \frac{ab}{x_0^2 + b^2} \\ F_z = 0 \end{cases}$$

$$\implies \text{Module de } \vec{F}(O') : F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{\mu_0 n i I}{2\pi} \frac{ab}{x_0 \sqrt{x_0^2 + b^2}} \stackrel{AN}{=} 9 \cdot 10^{-5} N$$

$$\bullet \mathcal{M}_{\vec{F}_{CD}}(O') = \frac{\mu_0 n i I}{2\pi} \frac{abx_0}{x_0^2 + b^2} \stackrel{AN}{\simeq} 6 \cdot 10^{-4} mN$$

$$\text{b) } \phi_{\pi/2} = \frac{\mu_0 n I a}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{x_0^2 + b^2}}{x_0} \stackrel{AN}{\simeq} 4.46 \cdot 10^{-6} \text{Web}$$

$$\text{c) } W = i(\phi_{\pi/2} - \phi_0) = \frac{\mu_0 n i I a}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{x_0^2 + b^2}}{x_0 + b} \stackrel{AN}{\simeq} -1.17 \cdot 10^{-5} \text{Web}$$

IV. Induction mutuelle. Solénoïdes coaxiaux

$$1) L_1 = \frac{\mu_0 \pi N_1^2 R_1^2}{\ell_1}; \quad L_2 = \frac{\mu_0 \pi N_2^2 R_2^2}{\ell_2}; \quad M = -\frac{\mu_0 \pi N_1 N_2 R_1^2}{\ell_1}; \quad k = -\frac{R_1}{R_2} \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}}$$

Application numérique : $L_1 \simeq 32 \text{ mH}$; $L_2 \simeq 24.2 \text{ mH}$; $M \simeq -21.3 \text{ mH}$ et $k \simeq -0.77$

$$2) \text{ Soient } \vec{B}_{int} = \mu_0 \left(\frac{N_1}{\ell_1} i_1 - \frac{N_2}{\ell_2} i_2 \right) \vec{e}_x \quad \text{et} \quad \vec{B}_{ext} = -\mu_0 \frac{N_2}{\ell_2} i_2 \vec{e}_x$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2\mu_0} (B_{int}^2 V_{int} + B_{ext}^2 V_{ext}) \\ &= \frac{1}{2} (L_1 i_1^2 + L_2 i_2^2 + 2M i_1 i_2) \end{aligned}$$

$$\text{Par identification : } L_1 = \frac{\mu_0 \pi N_1^2 R_1^2}{\ell_1}; \quad L_2 = \frac{\mu_0 \pi N_2^2 R_2^2}{\ell_2}; \quad M = -\frac{\mu_0 \pi N_1 N_2 R_1^2}{\ell_1}$$

V. Induction électromagnétique - Loi de lenz

$$1) d\phi = -B_0 \ell v dt$$

$$2) e = -\frac{d\phi}{dt} = B_0 \ell v(t) \implies i = \frac{e}{R} = \frac{B_0 \ell v(t)}{R}$$

$$3) \vec{F} = \int i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_0 = i \ell B_0 \vec{e}_x$$

$$4) \text{ l'équation différentielle est : } \frac{dv}{dt} + \frac{B_0^2 \ell^2 v}{mR} = g \implies v(t) = \frac{mgR}{B_0^2 \ell^2} (1 - e^{-\frac{B_0^2 \ell^2 t}{mR}})$$